IIASS
International Institute for Advanced Scientific Studies
And
Dipartimento di Fisica "E.R. Caianiello", Università degli Studi di Salerno
Premio Eduardo R. Caianiello
Prova del 26 febbraio 2016

Soluzioni

Problema n.1

1) Soluzione analitica

m_c = massa contenitore, m_a = massa d'acqua, y_c=baricentro contenitore;
y_a=baricentro acqua.
Baricentro del sistema:

$$y_t = \frac{m_c y_c + m_a y_a}{m_c + m_a} = \frac{m_c y_c + \rho S h \frac{h}{2}}{m_c + \rho S h}$$

Determinazione del minimo:

$$y_t' = 0 \;\; => \qquad \frac{\rho S h (m_c + \rho S h) - \left(m_c y_c + \rho S h \frac{h}{2}\right) \rho S}{(m_c + \rho S h)^2} = 0 =>$$

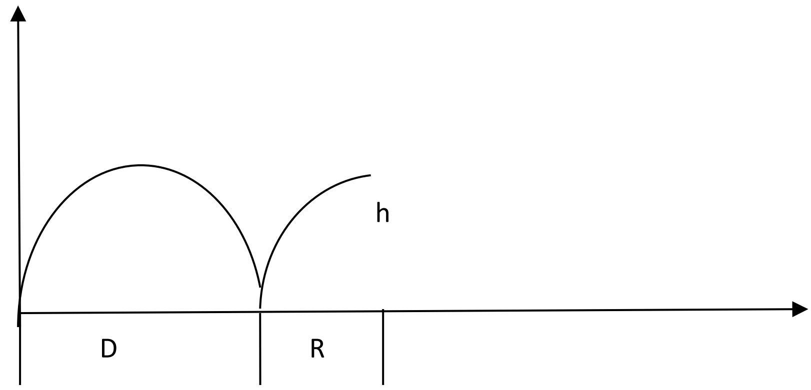
$$h(m_c + \rho S h) - \left(m_c y_c + \rho S h \frac{h}{2}\right) = 0 => m_c = \frac{\rho S h^2}{2(y_c - h)}$$

$$y_t = \frac{\frac{\rho S h^2}{2(y_c - h)} y_c + \rho S h \frac{h}{2}}{\frac{\rho S h^2}{2(y_c - h)} + \rho S h} = \frac{h^2 y_c + (y_c - h) h^2}{h^2 + 2h(y_c - h)} = \frac{h^2 (2y_c - h)}{h(2y_c - h)} = \boldsymbol{h}$$

2) Soluzione argomentata

Poiché il baricentro del contenitore è ad una certa altezza fissa H, man mano che noi versiamo il liquido nel contenitore il baricentro del sistema si sposterà verso il basso fino a raggiungere il pelo libero dell'acqua **h**. Se continuiamo a versare il liquido poiché esso si posizionerà al di sopra del livello h il baricentro del sistema si sposterà verso l'alto. Quindi la minima altezza raggiunta dal baricentro del sistema risulterà **h**.

Problema n.2



Indichiamo con G la gittata massima

$$G = \frac{V_0^2}{g}$$

Poiché l'urto è elastico le traiettorie paraboliche si ripetono.

L'equazione della traiettoria risulta:

$$y = \quad tan\theta \cdot \ x - \frac{gx^2}{2V_0^2 cos^2\theta} = tan\theta \cdot \ x - \frac{gx^2}{2V_0^2}(1 + tan^2\theta)$$

Da cui

$$R^2 tan^2\theta - 2GRtan\theta + 2Gh + R^2 = 0$$

$$\theta_1 = tan^{-1}\frac{G + \sqrt{G^2 - R^2 - 2Gh}}{R}$$

$$\theta_2 = tan^{-1}\frac{G - \sqrt{G^2 - R^2 - 2Gh}}{R}$$

Sostituendo i valori otteniamo:

$$\theta_1 = 69{,}19; \ \theta_2 = 63{,}83$$

La distanza D risulta:

$$D_1 = G \sin 2\theta_1 = 35 \cdot \sin 138{,}38 = 23{,}25\ m$$

$$D_2 = G \sin 2\theta_2 = 35 \cdot \sin 127{,}66 = 27{,}7 m$$

La prima distanza non è accettabile poiché il punto si troverebbe nel fossato.

Quindi il risultato è D = 27,7 m

Problema n.3

Indicando con L la lunghezza del filo, e con l_1 ed l_2 i lati di un rettangolo avremo:

$$2l_1 + 2l_2 = L$$

L'area A uguale a:

$$y = l_1 \cdot l_2 = l_1 \frac{L - 2l_1}{2} = -l_1^2 + \frac{Ll_1}{2}$$

Il massimo dell'area sarà nel vertice della parabola:

$$l_1 = \frac{L}{4} => l_2 = \frac{L}{4}$$

Quindi per ottenere l'area massima si doveva delimitare un quadrato di lato L/4, con area $L^2/16$.

Problema n. 4

a) We need to solve the following algebraic equation:

$$z^5 - 1 = 0.$$

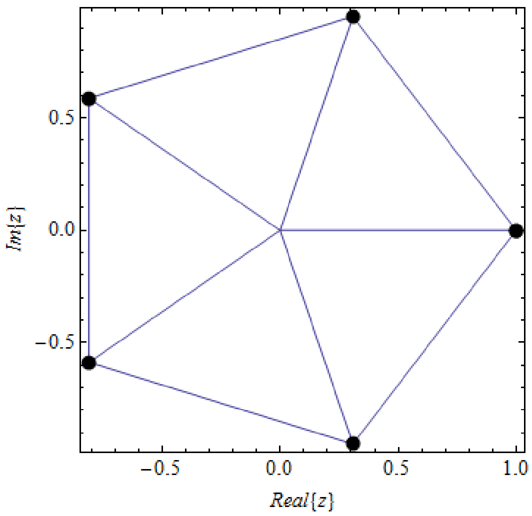
Let then $z = e^{i\theta_k}$ and $1 = e^{i2\pi k}$ (k =0, 1, 2, 3, 4). Therefore, we have:

$$e^{i5\theta_k} = e^{i2\pi k} => \theta_k = k\frac{2\pi}{5}.$$

More explicitly, we may write:

$$\theta_0 = 0; \theta_1 = \frac{2\pi}{5}; \theta_2 = \frac{4\pi}{5}; \theta_3 = \frac{6\pi}{5}; \theta_4 = \frac{8\pi}{5}.$$

The solutions can be represented on the complex plane as reported in the figure below. One may notice that the five solutions are placed at the vertices of a regular pentagon.



b) Considering one isosceles triangle of those (five) shown in the figure, we can write

$$a = 2\sin\frac{\pi}{5} = 1{,}176.$$